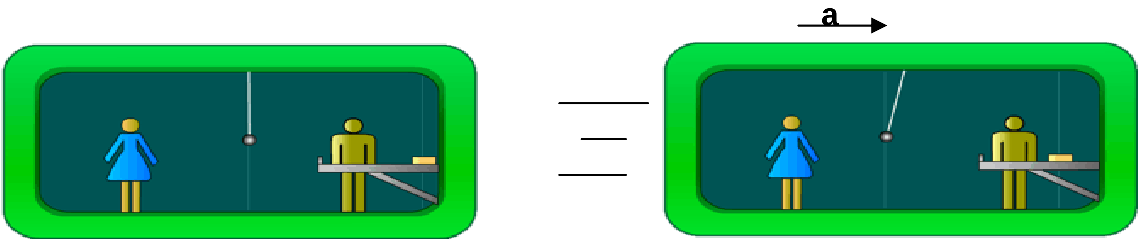
Del techo de un vagón de tren cuelga un péndulo. El vagón arranca con aceleración constante. ¿Cuánto se desvía el péndulo respecto de la vertical? Resolución del problema como actividad de investigación. Análisis desde el SRI exterior y desde el SR interior, no inercial.

<u>Planteamiento del problema:</u> El observador externo comprueba que el péndulo, al no estar sometido a ninguna fuerza, está inicialmente en reposo El tren acelera y tira de la cuerda que, a su vez, tira de la bola.



Es decir, la bola se "retrasa" en el inicio de su movimiento respecto del vagón, lo que se traduce en una desviación del péndulo respecto de la dirección vertical. Esta desviación, medida por el ángulo, α, que forma el péndulo con la vertical, aumenta al arrancar hasta alcanzar un valor que permanece constante mientras se mantiene una aceleración constante del vagón.

Nos plantearemos ahora los factores de los que dependerá la magnitud de la desviación.

<u>Hipótesis:</u> Cabe suponer que influyan los siguientes factores en el ángulo que mide la magnitud de la desviación: la aceleración del vagón, a, la gravedad, g y (también sería lógico pensar) la masa de la bola, m.

Más concretamente, cuanto mayor sea la aceleración, mayor pensamos que debería ser el ángulo que mide la desviación del péndulo. Como casos extremos, planteamos que si no hubiera aceleración, no habría desviación (en este caso, el vagón sería un SRI y en su interior todo ocurriría igual que si el vagón estuviera en reposo). En sentido opuesto, si la aceleración tendiera a infinito, la desviación tendería a ser máxima (90º).

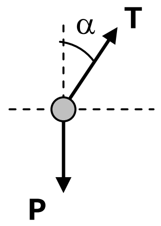
$$\text{Si } a = 0 \rightarrow \alpha = 0^\circ \qquad\qquad \text{Si } a \rightarrow \infty \rightarrow \alpha \rightarrow 90^\circ$$

Respecto a la influencia de la gravedad, cabe suponer que cuanto mayor fuera g, mayor sería la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre la bola; por tanto, el ángulo sería menor. Como caso extremo, si g tendiera a infinito, el ángulo tendería a ser cero. En sentido opuesto, cuanto menor fuera g, mayor debería ser la desviación y si no hubiera gravedad (g=0) la cuerda arrastraría a la bola en la dirección del movimiento del vagón (horizontal), de modo que el ángulo sería 90º.

$$\text{Si } g \rightarrow \infty \rightarrow \alpha = 0^\circ \qquad\qquad \text{Si } g = 0 \rightarrow \alpha = 90^\circ$$

Dejamos al lector que piense cómo puede influir la masa de la bola.

Estrategias de resolución: Puesto que usaremos las leyes de la dinámica de Newton para resolver el problema, la clave que nos orientará en el proceso de resolución del problema es tener en cuenta que, una vez alcanzado el ángulo, la bola tiene una aceleración constante y horizontal (la misma que tiene el vagón) Por tanto, una vez identificadas las fuerzas que se ejercen sobre la bola, interesará proyectarlas en dicha dirección horizontal.



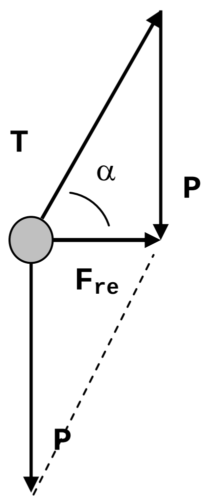
Las fuerzas que se ejercen sobre la bola son el peso (fuerza de atracción gravitatoria que le ejerce la Tierra) y la tensión, tal como indica el dibujo adjunto.

Como la tensión es oblicua, planteamos una posible estrategia consistente en descomponer dicha tensión **T** en sendas componentes vertical (que se deberá compensar con el peso) y horizontal (dirección del movimiento de la bola y de su aceleración) Otra estrategia posible, más directa, sería sumar vectorialmente las dos fuerzas **P** y **T**, imponiendo la condición de que la suma sea un vector horizontal (puesto que la fuerza resultante tiene que ser horizontal, como lo es la aceleración) Del dibujo así obtenido probablemente se podrá deducir el valor del ángulo de desviación.

Resolución: Usando la primera estrategia escribimos:

$$T \cos\alpha - m\,g = 0$$
$$T \operatorname{sen}\alpha = m\,a$$

Eliminando T y despejando el ángulo se llega a la siguiente solución: $\operatorname{tag}\alpha = a/g$



La segunda estrategia nos lleva a realizar el dibujo adjunto, del que se obtenemos directamente la solución:

$$\operatorname{tag}\alpha = F_{res}/P = m \cdot a / m \cdot g = a/g$$

Obsérvese que la solución obtenida es coherente con las hipótesis realizadas acerca de la influencia de a y g (y los casos límite predichos), mientras que no se refleja en el resultado una posible influencia de la masa de la bola.

Influencia de la masa: Un análisis superficial nos podría llevar a caer en la tentación de zanjar la cuestión de la influencia de la masa, simplemente diciendo que ésta no aparece en el resultado. Sin embargo, no cabe duda de que cuanto mayor sea la masa de la bola, más atraída es por la Tierra y el ángulo debería ser menor. Y así es, en efecto, porque el resultado no depende de a y de g, sino de m·a y de m·g. El factor m·g procede de la expresión de la fuerza de atracción gravitatoria P, en donde g es la aceleración de la gravedad y m es la masa (gravitatoria) de la bola. Es cierto, por ello, que cuanto mayor sea la masa gravitatoria de la bola, más es atraída la bola y menor es el ángulo. Pero también lo es que, cuanto mayor sea el producto m·a (donde m es la masa inercial de la bola) mayor es la masa inercial de la bola, mayor su "resistencia" a mantener el reposo inicial y menor el ángulo. La equivalencia entre masa inercial y masa gravitatoria hace que en este problema ambas masas se compensen y la influencia conjunta de ambas sea nula.